

Analisis Jenis Kesulitan Pembuktian Matematis

Intan Sari Daulay

Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

Email : intandaulay87@gmail.com

Rusli Ulfa Hasanah

Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

Email: rusiulfahasanah@uinsu.ac.id

Nabila Azrila Marpaung

Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

Alamat: Jl. Wiliam Iskandar, Medan Estate, Sumatera Utara

Korespondensi email : rusiulfahasanah@uinsu.ac.id

Abstract

A very interesting phenomenon in the very rapid development of technology is the current period of 2016-2024 where various mathematical learning applications can be very easily accessed, mathematical proof is different from proof in other fields of science, mathematical proof always produces data reliability. The Ministry of Education always strives to provide innovation in the world of education in various branches of science. The research method used in this research uses the study review research method. In mathematics and computer science, a proof must be thought out and tested well before being accepted. However, the evidence found was wrong. Mathematical proof has become commonplace among undergraduate researchers in the field of education. Mathematical proof can be said to be a measuring tool to determine the mathematical ability of the object of research. The results of this research conclude that the obstacles to mathematical proof are influenced by several factors, namely, the decline in students' algebra skills, the existence of students' algebra operational errors, students' thinking errors in deception and the absence of valid evidence. Strong in carrying out mathematical proofs.

Keywords: Proof, Mathematics, Barriers.

Abstrak

Fenomena yang sangat menarik pada rentang perkembangan teknologi yang sangat pesat yaitu pada periode tahun 2016-2024 saat ini dimana berbagai aplikasi matematis pembelajaran dapat sangat mudah diakses, pembuktian matematis berbeda dengan pembuktian pada bidang ilmu pengetahuan lainnya, pembuktian matematis selalu menghasilkan kredibilitas data. Kementerian pendidikan selalu berupaya memberikan inovasi pada dunia pendidikan pada berbagai cabang ilmu. Metode penelitian yang digunakan pada penelitian ini menggunakan metode penelitian sistematic literature rievew. Dalam pembelajaran matematika, dan ilmu komputer, suatu bukti harus dipikirkan dan diuji dengan baik sebelum diterima. Namun meskipun demikian, bukti yang ditemukan salah. Pembuktian matematis menjadi hal yang lumrah pada peneliti-peneliti study strata satu di bidang pendidikan. Pembuktian matematis dapat dikatakan sebagai suatu alat ukur mengetahui kemampuan matematis objek penelitian, Hasil penelitian ini menyimpulkan adapun hambatan pembuktian matematis dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu, menurunnya kemampuan aljabara mahasiswa, adanya kesalahan operasional aljabar mahasiswa, kesalahan beripikir mahasiswa dalam melakukan penyimpulan dan tidak adanya bukti yang kokoh dalam melakukan pembuktian matematis.

Kata kunci: Pembuktian, Matematis, Hambatan.

LATAR BELAKANG

Salah satu yang menjadi pembelajaran wajib pada pendidikan di Indonesia adalah Matematika, pembelajaran matematika selalu berakhir dengan fakta yang logis. Matematika adalah hal yang selalu berhubungan dengan pembelajaran lain pada bidang eksata ataupun sosial, terdapat berbagai jenis dan tingkatan pembelajaran matematika yang berawal dari penjumlahan, pengurangan, aljabar, geometri, hingga kemampuan komputasi matematis. Pembelajaran matematika yang terus mendampingi perkembangan keilmuan manusia. Pembelajaran matematika menciptakan pemikiran berdasarkan fakta, logika dan angka yang matematis. Guru merupakan profesi utama pada perkembangan dan pemahaman sumberdaya manusia perkembangan ilmu pengetahuan di Indonesia (Sulfiah, Cholily, & Kusgiarohmah, 2020).

Pembuktian matematis berbeda dengan pembuktian pada bidang ilmu pengetahuan lainnya, pembuktian matematis selalu menghasilkan kredibilitas data. Kementerian pendidikan selalu berupaya memberikan inovasi pada dunia pendidikan pada berbagai cabang ilmu. Adapun pemahaman seorang siswa menjadikan tolak ukur keberhasilan suatu program pendidikan kementerian. Pembelajaran matematika sangat melekat pada wajib belajar 12 tahun yang diadakan di Indonesia. Matematika selalu hadir pada setiap tingkatan baik itu Sekolah Dasar (SD), Sekolah Menengah Pertama (SMP) ataupun Sekolah Menengah Atas (SMA). Tidak hanya pada sekolah dibawah kementerian pendidikan saja, pembelajaran matematika juga selalu melekat pada sekolah dibawah naungan kementerian agama (Hardiyanto, Asokawati, Majid, Maesaroh, & Nursyahidah, 2024).

Seluruh pihak sepakat bahwa pendidikan matematika adalah induk dari seluruh cabang ilmu. Pada berbagai aspek zaman pendidikan mengalami berbagai fase-fase seperti pada abad awal didirikannya Perguruan Tinggi yaitu pada abad ke 20 seluruh ilmuan akan terus berupaya menemukan teknologi terbaru, adapun pada abad 21 dimana ilmuan akan terus mempublikasikan penelitiannya. Fenomena pada abad ke 21 dimana perkembangan teknologi begitu pesat yang mana pada waktu perkembangan ilmuan ataupun penemu-penemu tersebut sangatlah mahir pada bidang matematika dikarenakan cabang ilmu informatika, sistematika, teknologi informasi, komputer sebagai cabang ilmu yang sangat membutuhkan pemahaman matematika tingkat tinggi selain pemahaman pemrograman (Morris, 2020).

Fenomena yang sangat menarik pada rentang perkembangan teknologi yang sangat pesat yaitu pada periode tahun 2016-2024 saat ini dimana berbagai aplikasi matematis

pembelajaran dapat sangat mudah diakses, bahkan lahir Artificial Intelligence (AI) membuat berbagai macam persoalan pada cabang ilmu eksakta ataupun sosial dapat dijawab dengan mudah dan cepat. Tidak hanya dikarenakan perkembangan teknologi yang begitu cepat di akses yang membuat kemampuan matematis seseorang menjadi tumpul sebagai efek buruk perkembangan teknologi tetapi juga terdapat faktor lain yaitu pada pembelajaran di Perguruan Tinggi untuk cabang ilmu yang tidak terlaui bersinggungan dengan matematika yang membuat mahasiswa menjadi lemot pada pemahaman dan pembuktian matematis (Hardiyanto et al., 2024).

Jika kita mengacu pada dasar bahwa matematika adalah induk dari cabang ilmu maka seharusnya mahasiswa yang meskipun bukan dari bidang ilmu eksakta haruslah memahami pembuktian matematika. Adapun kemampuan matematika terutama kemampuan komputasi menjadi hal yang sangat berguna pada bidang kehidupan dan pekerjaan, adapun kemampuan komputasi menjadikan seseorang dapat menyelesaikan permasalahan secara kompleks dengan analisis yang tepat. Terdapat penelitian terdahulu yang mendukung urgensi dari penelitian ini mengenai pembuktian matematika yang dilakukan oleh Mutaqin & Hendrayana, (2022) yang menyatakan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa cenderung tidak memahami dikarenakan 7 faktor dimana salah satunya ketidakpahaman pada bidang aljabar adapun kemampuan pembuktian matematis cenderung tinggi pada tingkatan SMA saja.

Berdasarkan hal tersebut peneliti tertarik untuk melakukan penelitian yang bertujuan untuk mengetahui dan menganalisis apakah itu pembuktian matematis dan untuk mengetahui dan menganalisis jenis kesulitan pembuktian matematis mahasiswa dengan perbandingan peneliti-peneliti terdahulu. Adapun pembuktian matematis memerlukan kemampuan logika matematis yang kompleks dimana mahasiswa harus memahami secara mendalam berbagai materi materi matematika terutama soal dari pada pembuktian, adapun dasar materi yang harus dipahami oleh mahasiswa adalah aljabar dan geometri, matematika tentu harus berdasarkan data dan fakta yang kredibel faktual dan pasti, bukan karangan ataupun terjemahan (Rismawati, 2024) .

KAJIAN TEORITIS

Teori yang digunakan pada penelitian ini adalah teori pembuktian, teori pembuktian menjelaskan bahwa pembuktian merupakan serangkaian proses yang dilakukan oleh seseorang pada suatu fenomena dimana seseorang tersebut akan berusaha untuk menyelesaikan persoalan

yang diberikan. Teori ini akan banyak dipergunakan pada bidang ilmu eksakta ataupun sosial untuk mengukur tingkat keberhasilan pada kelas kontrol ataupun eksperimen yang dilakukan, pembuktian matematis sangatlah bersinggungan secara positif pada teori pembuktian, dalam hal pembuktian memerlukan data dan fakta yang dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah, teori pembuktian menyatakan pembuktian dapat dilakukan jika fakta dan data tidak dapat dibantahkan atau selama data dan fakta yang kokoh dan belum terdapat data maupun fakta yang dapat menggantikan atau membantah hal tersebut adalah kebenaran yang sah (Evi, 2021)

Teori pembelajara, teori ini menerangkan bahwa seseorang dapat dikatakan belajar jika seseorang tersebut yang sebelumnya belum memahami sesuatu setelah diberikan pembelajaran akan memahami hal tersebut adapun teori pembelajaran menyatakan pembelajaran yang dilakukan dapat memberikan pemikiran yang mendalam pada seseorang yang diberikan materi pembelajaran yang mengakibatkan seseorang tersebut menjadi cerdas pada cabang ilmu yang ia pelajari, tetapi teori pembelajaran tidak menyatakan bahwa seseorang yang mempelajari sesuatu harus menjadi ahli pada bidang yang ia pelajari, teori hanya menerangkan perubahan pemahaman dari seseorang pelajar (Java, 2023).

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan pada penelitian ini menggunakan metode penelitian systematic literature review, metode study literatur review merupakan salah satu metode yang banyak sekali digunakan pada bidang sosial maupun bidang eksakta. Metode ini menekankan pada peneliti untuk mengkaji hasil penelitian terdahulu yang dipublikasikan ataupun yang tidak terpublikasi pada jurnal, buku ataupun hasil seminar tertutup ataupun terbuka yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya, secara lebih rinci penelitian ini dilakukan dengan tiga tahapan yaitu pengumpulan data, analisis dan penarikan kesimpulan. (Cahyaningrum, 2019).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengertian Pembuktian Matematis

Bukti adalah argumen logis yang mencoba menunjukkan bahwa suatu pernyataan benar. Dalam matematika, dan ilmu komputer, suatu bukti harus dipikirkan dan diuji dengan baik sebelum diterima. Namun meskipun demikian, bukti yang ditemukan salah. Pembuktian matematis menjadi hal yang lumrah pada peneliti-peneliti study strata satu di bidang

pendidikan. Pembuktian matematis dapat dikatakan sebagai suatu alat ukur mengetahui kemampuan matematis objek penelitian, mempertimbangkan tingkat kemampuan objek penelitian yang perlu dilakukan pengujian, pembuktian matematis dapat dilakukan dengan empat cara yaitu pembuktian langsung dimana peneliti dapat melakukan pembuktian langsung melalui alur maju, selanjutnya peneliti juga dapat melakukan pembuktian matematis menggunakan kontroposisi, metode pembuktian ini dilakukan secara tidak langsung, adapun pembuktian matematis dapat dilakukan melalui metode kontradiksi dimana peneliti dapat menerpakan logika matematika, dan terakhir metode induksi matematika dimana peneliti menganalisis kemampuan objek penelitian untuk membuktikan suatu pernyataan pada setiap bilangan asli (Nurrahmah & Karim, 2018).

Adapun terdapat penggolongan pembuktian matematika yaitu terbagi menjadi beberapa kelompok pembagian diantaranya pembuktian langsung dimana pembuktian tersebut melibatkan hipotesis melalui logika matematis dan berakhir dengan penarikan kesimpulan, adapun metode pembuktian matematis selanjutnya yaitu melalui pembuktian tidak langsung yaitu peneliti menguji objek penelitian menggunakan suatu soal matematis untuk menghasilkan kebenaran berdasarkan implikasi dengan mempertimbangkan kontroposisinya, adapun metode pembuktian kosong menjelaskan bahwa pembuktian matematis untuk membuktikan kebenaran suatu implikasi dengan lambang $p = q$ dengan dapat membuktikan bahwa q salah. Adapun kebalikan dari metode tersebut adalah pembuktian trivial untuk membuktikan q adalah benar, pembuktian yang banyak digunakan adalah pembuktian ketunggalan dimana objek berusaha untuk membuktikan eksistensial. Adapun secara terperinci sebagai berikut :

1. Bukti Langsung (Pembuktian dengan Konstruksi)

Banyak teorema yang menyatakan bahwa tipe atau kejadian tertentu dari suatu objek ada. Salah satu cara untuk membuktikan keberadaan benda tersebut adalah dengan membuktikan bahwa $P \Rightarrow Q$ (P menyiratkan Q). Dengan kata lain, kita akan mendemonstrasikan bagaimana kita membangun objek tersebut untuk menunjukkan bahwa objek tersebut ada. Pembuktian dengan konstruksi hanyalah itu, kita ingin membuktikan sesuatu dengan menunjukkan bagaimana hal itu bisa terjadi. Hanya ada dua langkah untuk pembuktian langsung:

1. Asumsikan P benar.
2. Gunakan P untuk menunjukkan bahwa Q pasti benar.

Mari kita lihat sebuah contoh.

Dalil: Jika a dan b bilangan bulat berurutan, maka jumlah $a + b$ pasti ganjil. Penyelesaian, pertama-tama kita asumsikan bahwa teorema kita benar. Maka kita dapat mengatakan bahwa karena a dan b adalah bilangan bulat berurutan, maka b sama dengan $a + 1$. Dalam hal ini, $a + b$ dapat ditulis ulang menjadi $a + a + 1$ atau $2a + 1$. Oleh karena itu, kita dapat mengatakan bahwa $a + b = 2k + 1$. Kita tahu bahwa bilangan apa pun yang dikalikan dengan bilangan genap pastilah bilangan genap. Kita juga tahu bahwa jika kita menambahkan 1 pada bilangan genap, maka bilangan itu menjadi ganjil. Dengan mengingat hal ini, kita dapat mengatakan: $a + b = 2k + 1$ menunjukkan bahwa $a + b$ ganjil (Sulfiah et al., 2020).

2. Bukti dengan Kontradiksi

Bentuk umum pembuktian suatu teorema adalah dengan mengasumsikan teorema tersebut salah, dan kemudian menunjukkan bahwa asumsi itu sendiri salah, dan oleh karena itu merupakan kontradiksi. Mari kita lihat contoh sederhana:

Dalil: Jika n^2 genap, maka n genap.

Berdasarkan teorema ini, anggaplah n^2 genap tetapi n ganjil. Kami berasumsi bahwa teorema tersebut salah. Seperti yang telah kami tunjukkan di bagian sebelumnya, bilangan ganjil dapat dikarakterisasi dengan $n = 2k + 1$. Dengan menggunakan definisi bilangan ganjil tersebut kita katakan sebagai berikut:

$$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

Atau lebih ringkasnya, $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$. Jika kita misalkan $m = 2k^2 + 2k$, kita peroleh $n^2 = 2m + 1$. Dengan menggunakan definisi bilangan ganjil yang telah kita sebutkan sebelumnya, kita harus mengatakan bahwa n^2 ganjil. Dalam asumsi kami, kami menyatakan n^2 genap. Sebuah kontradiksi! Karena asumsi kita tidak mungkin genap, maka n^2 harus genap, dan teorema aslinya telah dibuktikan (Sulfiah et al., 2020).

Terdapat banyak cara yang dapat dilakukan peneliti untuk menguji hambatan kemampuan pembuktian matematika objek penelitian. Asal mula penekanan matematika pada pembuktian formal dan pandangan yang lebih baru mengenai perannya, dan juga mengeksplorasi faktor-faktor yang mendasarinya berperan dalam penerimaan bukti oleh para ahli matematika, khususnya proses sosial yang terlibat (Aini & Rofiki, 2021). Dia menyimpulkan bahwa perkembangan matematika, bersama dengan komentar-komentar yang diberikan oleh para ahli matematika, menunjukkan bahwa sebagian besar ahli matematika menerima teorema baru di mana terdapat beberapa kombinasi faktor-faktor berikut :

1. Mereka memahami teorema, konsepnya terkandung di dalamnya, anteseden logisnya, dan itu implikasi, dan tidak ada yang menyarankan hal itu tidak benar.
2. Teorema ini cukup signifikan untuk dimiliki implikasinya pada satu atau lebih cabang matematika (dan dengan demikian penting dan berguna cukup untuk menjamin studi dan analisis rinci).
3. Teorema ini konsisten dengan isi hasil matematika yang diterima;
4. Penulis mempunyai reputasi yang tidak dapat disangkal sebagai seorang ahli dalam pokok bahasan teorema;
5. Terdapat argumen matematis yang meyakinkan untuk itu.

Mengingat bahwa semua faktor ini berperingkat lebih tinggi daripada sekadar keberadaan pembuktian yang teliti, bahkan di kalangan ahli matematika, Hanna berpendapat bahwa hal ini tentu masuk akal dalam pengajaran pembuktian untuk menekankan faktor-faktor seperti pemahaman, penjelasan, dan signifikansi (Hanna & Knipping, 2020).

Jenis Kesulitan Pembuktian Matematis

Pembuktian matematis memerlukan logika matematis yang cukup tinggi, sebagaimana teori pembelajaran bahwa seseorang dapat dikatakan belajar jika pemahaman seseorang tersebut telah berubah setelah diberikan materi dalam hal ini materi pembelajaran matematika. Selayaknya mahasiswa fakultas teknik mesin yang dilakukan pengujian pembelajaran pertanian tentu akan mendapatkan kesulitan dalam hal pembuktian soal yang diberikan. Tetapi dalam hal mengacu pada tingkat pendidikan SMA/ sederajat pendidikan matematika masih aktif dalam pembelajaran maka pembuktian matematis yang mengandalkan logika berpikir matematis dapat dilakukan dengan sangat baik (Mutaqin & Hendrayana, 2022).

Pada tingkatan mahasiswa kemampuan pembuktian matematis haruslah cukup sangat baik dikarenakan beberapa fakultas maupun program studi selain pendidikan matematika juga menerapkan pembuktian matematika. Tetapi terdapat beberapa fakultas yang secara masif melakukan pembelajaran matematis yang membuat kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menurun adapun juga pembuktian matematis yang sulit untuk dilakukan pembuktian adalah pembuktian langsung. Adapun penyebab ataupun faktor-faktor terhambatnya kemampuan pembuktian mahasiswa yaitu sebagai berikut :

1. Kemampuan matematika mahasiswa selain jurusan mipa dan komputer cukup menurun

2. Kemampuan aljabar, komputasi dan geometri dari mahasiswa cukup mendasar yang mengakibatkan kelumpuhan berpikir logika matematis
3. Ketidakmampuan pemahaman aljabar mengakibatkan ketumpulan argumen matematis mahasiswa.
4. Ketidakmampuan mahasiswa dalam menganalisis kesalahan argumen pembuktian matematisnya yang berakibat keraguan (Era Kartika & Yazidah, 2019).

Faktor terkuat dari hambatan pembuktian matematis mahasiswa adalah ketidakpahaman aljabar padahal aljabar merupakan cabang ilmu yang menuntut seseorang berpikir secara logika untuk mendapatkan jawaban dari pembuktian matematis. Penelitian terdahulu menyatakan bahwa mahasiswa mengalami *human eror* pada saat menganalisis pembuktian dimana mahasiswa tidak memiliki rumus, jalan ataupun bukti yang kuat dalam berargumen pembuktian matematika. Adapun hasil penelitian yang dilakukan oleh Faizah, Rahmawati, & Murniasih, (2021) yang dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 1.1 Hambatan Pembuktian Mahasiswa

No	Subjek	Hasil	Hambatan
1	Subjek 1	-Dapat menyelesaikan permasalahan pada tes -Memahami soal tes -Melakukan Operasi Aljabar -Hasil kesimpulan benar	-Subjek tidak menyadari kesalahan operasi aljabar -Kekurangan kemampuan dan informasi teorema -Kesalahan langkah penyelesaian
2	Subjek 2	-Memahami fenomena persoalan pembuktian -Melakukan klasifikasi menjadi 3 bagian -Menggunakan teorema invers matriks	-Kesalahan penyelesaian -Tidak mendapatkan kesimpulan
3	Subjek 3	-Melakukan pembuktian tanpa penjamin -Menentukan konsep terkait pembuktian -Menggunakan pengalaman matematisnya	-Belum dapat melakukan pembuktian dengan penjamin yang kokoh -Belum dapat melakukan penarikan kesimpulan dikarenakan kurangnya teorema

Berdasarkan hasil tabel diatas dapat kita analisis bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa terhambat pada kemampuan teorema mahasiswa, serta belum dapat memberikan kesimpulan berdasarkan oprasi aljabar. Kemampuan aljabar pada mahasiswa sangat minim dikarenakan tidak dipelajari saat melakukan perkuliahan padahal aljabar adalah penentu pembuktian. Adapun hal ini diperkuat dengan penelitian Noto, Priatna, & Dahlan, (2019) yang menyatakan bahwa ketiga aspek metodologis pengetahuan tentang bukti yang relevan ketika menilai bukti. Tampaknya pada aspek ini kesimpulannya rantainya tidak bermasalah, karena pembuktiannya benar sebagian besar digambarkan benar. Namun, beberapa kasus tidak jelas apakah masiswa memahami setiap langkah bukti yang dikumpulkan. Itu Seringkali ada masalah dengan aspek skema pembuktian ini, khususnya argumen induktif dilatih menggunakan argumen induktif di sekolah dasar. Siswa mengalami kesulitan untuk menjembatani kesenjangan tersebut antara argumen empiris dengan argumen formal.

Berdasarkan hasil penelitian Risalah, (2022), kajian teori dan pembahasan, maka dalam penelitian ini dapat disimpulkan bahwa kendala masiswa dalam menjawab soal pembuktian matematis siswa mengalami kesulitan dalam menulis simbol matematis dan ketidakmampuan dalam bukti matematis. Namun setelah diberikan antisipasi didaktik dengan komunikasi matematis, kemampuan mahasiswa untuk menjawab soal pembuktian matematis telah meningkat. Dengan demikian, komunikasi matematis dapat dijadikan alternatif untuk mengatasi kendala atau kesulitan masiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian matematis.

Penelitian Aini & Rofiki, (2021) ini menemukan beberapa hambatan kognitif yang mempengaruhi siswa di dalamnya proses pembuktian. Banyak masiswa yang mengalami kesulitan dalam proses pembuktian atau mengumpulkan bukti akibat proses kognitif siswa. Ada lebih sedikit hambatan kognitif memahami materi penyaringan mengenai metode pembuktian, kelemahan dalam menyusun kalimat matematika, dan kelemahan dalam memahami masalah. Dalam pembuktian, banyak siswa yang membuktikan secara induktif dan menggunakan pernyataan-pernyataan yang seharusnya dibuktikan. Selain itu, Masiswa kurang tepat dalam mengajukan klaim, kurang mampu memberikan sanggahan, dan kurang mampu memberikan surat perintah deduktif. Penelitian di masa depan perlu menyelidiki bentuk scaffolding yang dapat mengatasi berbagai hambatan kognitif siswa dalam proses pembuktian matematis. Selain itu, sangat penting merancang strategi pembelajaran yang dapat meningkatkan keterampilan pembuktian matematis yang ketat (deduktif formal).

KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini menyimpulkan pembuktian matematis dapat dilakukan dengan beberapa metode pembuktian pembuktian tidak langsung, metode pembuktian kosong pembuktian trivikal dan pembuktian ketunggalan, adapun hambatan pembuktian matematis dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu, menurunnya kemampuan aljabara mahasiswa, adanya kesalahan operasional aljabar mahasiswa, kesalahan beripikir mahasiswa dalam melakukan penyimpulan dan tidak adanya bukti yang kokoh dalam melakukan pembuktian matematis. Adapun saran yang dianjurkan untuk peneliti selanjutnya yaitu dapat lebih memperdalam kajian hambatan pembuktian matematis pada tingkatan SMA samapai dengan mahasiswa.

DAFTAR REFERENSI

- Aini, D. N., & Rofiki, I. (2021). Hambatan Kognitif Mahasiswa Dalam Proses Pembuktian Berdasarkan Toulmin ' s Argument ation Pattern. *JP2M (Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika)*, 7(1), 24–32.
- Cahyaningrum, I. M. I. P. I. (2019). *Cara Mudah Memahami Metodologi Penelitian*. Jakarta: Deepublish.
- Era Kartika, D., & Yazidah, N. I. (2019). ANALISIS KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS PADA MATAKULIAH ANALISIS REAL BERDASARKAN. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 152–157.
- Evi. (2021). Kekuatan Pembuktian Suatu Surat Pernyataan Bermaterai Dalam Sengketa Keperdataan di Pengadilan. *Morality : Jurnal Ilmu Hukum*, 7(1), 96–109.
- Faizah, S., Rahmawati, N. D., & Murniasih, T. R. (2021). Investigasi Struktur Argumen Mahasiswa Dalam Pembuktian Aljabar Berdasarkan Skema Toulmin. *Aksioma: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika UPGRIS Semarang*, 10(3), 1466–1476.
- Hanna, G., & Knipping, C. (2020). Proof in Mathematics Education , 1980-2020 : An Overview. *Journal of Educational Research in Mathematics 2020*, 01(Special Issue), 1–13. <https://doi.org/10.29275/jerm.2020.08.sp.1.1>
- Hardiyanto, D., Asokawati, I., Majid, P. M., Maesaroh, A. T., & Nursyahidah, F. (2024). Learning Reflection Using Realistic Mathematics Education Assisted by GeoGebra Software. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(1), 15–26.
- Java, E. (2023). Kontribusi teori behavioristik dalam pembelajaran. *TA'ALLUM: Jurnal Pendidikan Islam*, 07(4), 175–190. <https://doi.org/10.21274/taalum.2019.7.1>.
- Morris, R. L. (2020). *The Values of Mathematical Proofs BT - Handbook of the History and Philosophy of Mathematical Practice* (B. Sriraman, ed.). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19071-2_34-1
- Mutaqin, A., & Hendrayana, A. (2022). Analisis kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real. *TIRTAMATH: Jurnal Penelitian dan Pengajaran Matematika*, 4(1), 1–11.
- Noto, M. S., Priatna, N., & Dahlan, J. A. (2019). MATHEMATICAL PROOF : THE LEARNING OBSTACLES OF PRE- SERVICE MATHEMATICS TEACHERS ON TRANSFORMATION. *Journal on Mathematics Education*, 10(1), 117–126.
- Nurrahmah, A., & Karim, A. (2018). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Matakuliah Teori Bilangan. *Jurnal Edumath*, 4(2), 21–29.
- Risalah, D. (2022). Mathematics communication as an alternative to overcome the obstacles of

- undergraduate students in mathematical proof. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 5(2), 125–132.
- Rismawati, M. (2024). Melinda Rismawati., *Vox Edukasi*, 7(2), 203–215.
- Sulfiah, S. K., Cholily, Y. M., & Kusgiarohmah, P. A. (2020). Proses Sistematisasi dalam Pembuktian Matematika. *AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 11(1), 63–69.